

양바퀴 모바일 매니플레이터의 동적 모델링 및 내부적 외란 보상 밸런싱 제어

Dynamic Modeling and Balancing Control of a Two-wheeled Mobile Manipulator With Internal Disturbance Compensation

홍성민¹, 권상주^{1*}

(Seongmin Hong¹ and SangJoo Kwon^{1,*})

¹School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University

Abstract: Two-wheeled mobile manipulators combining the mobility of a balancing platform and manipulation capability are suitable for various industrial and logistic applications requiring fast and swift tasks. However, their underactuated and nonlinear nature makes them sensitive to the internal disturbances caused by joint movements. This paper addresses this issue using a nonlinear disturbance observer that generates compensation inputs for the underactuated two-wheeled system, modeled as a three-dimensional inverted pendulum model with a moving base. The dynamic model includes the roll and pitch motions of the virtual inverted pendulum, reflecting more accurate system behavior of the multi-joint balancing manipulator. The balancing control method based on the nonlinear disturbance observer leads to enhanced tracking performance, as shown in the numerical experimental results.

Keywords: mobile manipulator, self-balancing robot, two-wheeled mobile robot, disturbance compensation

1. 서론

양 바퀴로 구동되는 밸런싱 플랫폼에 다관절 로봇이 결합된 형태를 갖는 셀프-밸런싱 모바일 매니플레이터는 이동성과 작업수행 능력을 동시에 구현함으로써 비정형적인 환경에서 기동성 있고 유연한 작업이 가능하다[1-5]. 밸런싱 매니플레이터는 역진자 몸체의 피치 동작을 활용하여 파지된 물체의 중력 모멘트를 보상할 수 있기 때문에 3륜 또는 4륜형 [6]과 비교할 때, 차체 무게 대비 대중량물을 핸들링할 수 있다. 예로써 매니플레이터와 양바퀴-다리가 복합된 Handle [5]은 전신협조제어를 통한 고성능 작업을 구현하였으며 물류 작업용 로봇으로서 상용화될 가능성을 입증하고 있다.

밸런싱 모바일 로봇은 양 바퀴의 구동으로 직진, 피치, 요 3자유도 운동을 제어하는 부족구동(underactuated) 시스템으로서 역진자 동작에 의한 강한 비선형성과 근원적인 불안정성을 내포하고 있지만, 오히려 그 불안정성을 능동적으로 활용할 때 보다 능숙한 작업이 구현되는 시스템이라고 할 수 있다. Fig. 1은 밸런싱 모바일 플랫폼과 작업용 로봇 팔이 결합된 모바일 매니플레이터 사례들을 나타낸다. 그러나 [5]와 같이 기술적 완성도가 높은 경우를 제외하면 학술적인 측면에서 대부분 기존의 제어 방법론들을 답습하고 있으며, 밸런싱 로봇이 아크로봇(acrobot)으로서 갖는 바퀴와 몸체 사이의 입력 커플링, 매니플레이터 동작에 따른 외란 효과를 제어기 설계에 직접 고려한 결과들은 잘 발견되지 않는다.

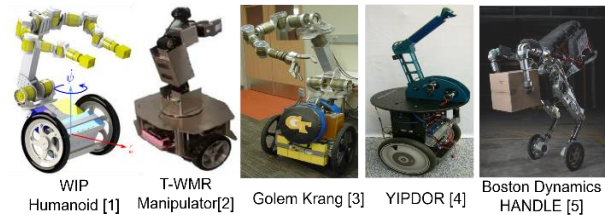


그림 1. 셀프-밸런싱 모바일 매니플레이터 개발 사례.

Fig. 1. Examples of self-balancing mobile manipulator.

한편, 일부의 연구에서는 매니플레이터 동작에 의해 밸런싱 차체가 교란되는 현상을 차단하기 위하여 소형 매니플레이터를 사용하거나 보조 바퀴를 장착하였다[7-9]. 그러나 매니플레이터 중량과 비교하여 차체의 크기와 무게가 과도하면 로봇의 기동성이 감소하여 셀프-밸런싱 플랫폼의 장점이 사라진다. 밸런싱 모바일 매니플레이터에 대한 제어기법으로서 [2]에서는 역진자의 무게중심 위치 피드백, [10]에서는 가반하중(payload) 변화에 대응하는 게인 스케줄링(gain scheduling), [11]에서는 슬라이딩 제어기법, [12]와 [13]에서는 선형제어기와 함께 외란관측기(disturbance observer)를 추가 적용하였다. 그러나 대부분 제한된 관절 동작이나 단순한 작업 시나리오에 대하여 밸런싱 성능을 개선하는 것에 국한되었으며, 3차원적인 역진자 동작에 대한 자세제어, 로봇 말단부(end-effector)

* Corresponding Author

Manuscript received February 5, 2025; revised February 25, 2025; accepted March 22, 2025

홍성민: 한국항공대학교 항공우주및기계공학부 석사과정(kidari0101@kau.kr, ORCID[®] 0009-0007-4779-9920)

권상주: 한국항공대학교 기계항공공학과 교수(sjkwon@kau.ac.kr, ORCID[®] 0000-0002-0831-005X)

※ 이 성과는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(RS-2022-NR073540).

의 제적추종 문제는 다루지 못하였다.

모바일 매니플레이터를 효율적으로 설계하기 위해서는 우선 밸런싱 모바일 플랫폼의 기동성과 자세 안정성을 동시에 충족하는 제어기술이 요구된다. 양바퀴 밸런싱 플랫폼은 출발, 정지와 같은 기동 상황에서 피치 동작의 범위가 커지며, 탑재 매니플레이터의 관절 동작이 빠를수록 동적 커플링에 의한 바퀴의 드리프트(drift) 현상이 증가한다. 이러한 비선형적 동특성이 지배적인 상황에서 제어오차에 대한 보상 입력만을 생성하는 일반적인 선형제어 기법만을 적용하면 모바일 매니플레이션 성능이 크게 제한된다. 따라서 작업의 정밀도를 확보하기 위해서는 매우 정교한 모션 플래닝 또는 동적 모델에 기반한 보상제어 입력이 함께 고려되어야 한다.

이 논문에서는 셀프-밸런싱 모바일 매니플레이터의 관절 동작을 밸런싱 플랫폼의 자세를 교란하는 내부적 외란으로 정의한다. 기존의 역진자 로봇 운동 모델에서는 주로 피치운동만을 고려했으나, 본 논문에서는 매니플레이터의 관절 운동에 따른 전체 무게중심의 운동을 피치와 롤 운동을 포함하는 3차원 역진자 로봇으로 가정한다. 마지막으로 3차원 역진자 모델에 기반한 비선형 외란관측기를 적용함으로써 매니플레이터 동작에 대하여 강인한 밸런싱 성능과 로봇 말단부의 제적추종 성능을 구현한다.

역진자 시스템의 밸런싱 제어를 위해 외란관측기를 적용한 연구로서, 매니플레이터를 탑재한 모바일 플랫폼[12,13] 외에 차체의 무게중심이 고정된 밸런싱 로봇[14], 바퀴-다리 모바일 로봇[15] 등 다양한 결과들이 존재한다. 주어진 수학적 모델의 차이에 따라서 외란관측기는 여러 형태의 알고리즘이 가능하다[16]. 본 논문에서는 NDOB에 의해 추정된 외란을 양바퀴의 토크 입력과 피치 기준입력으로 분산하여 보상하며, 부족구동 시스템에 대한 외란 추정치와 보상입력 사이의 변환 관계가 단순 명확하다는 점에서 장점을 갖는다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 밸런싱 모바일 매니플레이터를 가상의 3차원 역진자 로봇으로 가정하고, 각 바퀴에 대한 기구학 방정식과 Kane 모델링 방법에 의거하여 운동방정식을 수립한다. III장에서는 동역학 모델에 기반한 비선형 외란관측기를 구성하고 역진자 몸체의 무게중심에 이동에 대한 밸런싱 제어 입력을 결정한다. IV장에서는 제적추종 시뮬레이션을 통하여 본 논문에서 제안된 제어 방법의 효과를 검증한다. 마지막으로 V장에서 결론을 맺는다.

II. 운동 방정식

1. 3차원 가상 역진자 로봇

이 논문에서 다루는 셀프-밸런싱 모바일 매니플레이터는 Fig. 2와 같이 양 바퀴(wheel)와 차체(chassis)로 구성된 모바일 플랫폼 위에 다자유도 매니플레이터가 탑재된 형태를 갖는다. 로봇 팔을 구성하는 모든 관절들의 동적 거동을 운동방정식에 포함시키는 것은 모델기반 제어기 설계 목적에는 부적합하다. 여기서는 바퀴 축에 연결된 전체 몸체(body)의 운동을 무게중심(COG)에 질량이 집중된 가상의 3차원 역진자 운동으로 가정한다. Table 1은 모델 파라미터와 운동변수들을 나타낸다. 역진자 몸체에 포함된 로봇 팔의 운동은 실시간으로 전체 무게중심을 이동시키며, 이에 따라 역진자의 피

치 운동과 롤 운동, 및 역진자의 길이 변화가 발생한다.

역진자 몸체의 자세를 정의하기 위하여 Fig. 3와 같은 이동 좌표계들을 정의한다. $\{N\}$ 은 고정된 Newtonian frame, $\{E\}$ 는 driving frame으로서 바퀴 축 중앙에 원점을 가지며 양 바퀴의 주행에 따른 차체의 요(yaw)각 변환을, $\{C\}$ 는 chassis frame으로서 원점이 $\{E\}$ 와 같으며 역진자의 피치(pitch)각 변환을, $\{B\}$ 좌표계는 body frame으로서 역진자의 무게중심에 원점을 갖고 역진자의 롤(roll)각 변환을 나타낸다. 각 좌표계 사이의 상대변환은 다음과 같이 회전행렬로 표현된다.

$${}^N R_E = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^E R_C = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}, {}^C R_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

$c = \cos, s = \sin$

Fig. 2에서 $m_i, m_{chassis}$ 는 매니플레이터 각 링크($i = 1 \sim n$)와 차체(바퀴 제외)의 질량, m_B 는 차체와 매니플레이터 링크 질량의 합이다. 이 때 로봇 관절 운동의 조합에 의해 이동하는 무게중심의 위치와 역진자의 길이는 각각 다음과 같다.

$$\hat{c}_B(c_x, c_y, c_z) = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \hat{c}_{Bi} + m_{chassis} \hat{c}_{chassis}}{m_B}, \quad (2)$$

$$l = \sqrt{c_x^2 + c_y^2 + c_z^2} \quad (3)$$

위에서 각 링크와 차체 무게중심의 위치 $\hat{c}_{Bi}, \hat{c}_{chassis}$ 는 매니플레이터 베이스와 차체에 고정되었으며 Fig. 4에 표시된 robot frame $\{A\}(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3)$ 에 대하여 산출된다.

Fig. 4에서 θ_{IMU} 는 차체에 장착된 관성센서를 통해 측정되는 차체의 피치각, θ_{CoG} 는 좌표계 $\{A\}$ 와 $\{C\}$ 사이의 변환각을 의미한다. 로봇이 주행할 때 가상 역진자의 피치각과 롤 각은 각각 다음 식에 의해 실시간으로 산출된다.

$$\theta = \theta_{cog} + \theta_{IMU}, \theta_{cog} = \tan^{-1} \frac{c_x}{c_z} \quad (4)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{c_y}{\sqrt{c_x^2 + c_z^2}} \quad (5)$$

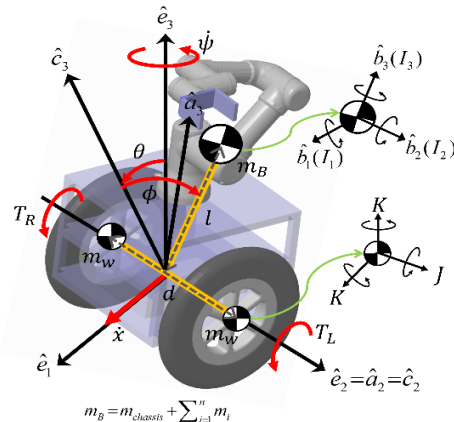


그림 2. 가변 길이 3차원 역진자 모바일 로봇.

Fig. 2. 3-D inverted pendulum mobile robot with variable length.

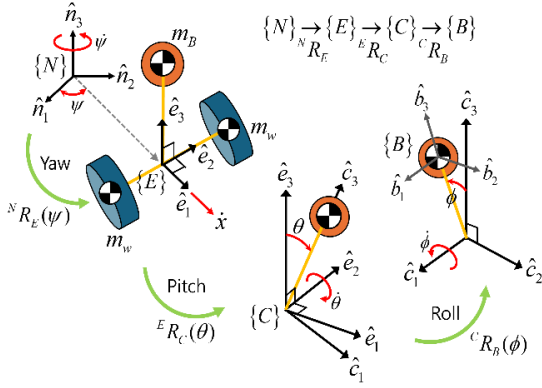


그림 3. 물리적 모델링을 위한 이동 좌표계 설정.
Fig. 3. Definition of moving coordinate systems.

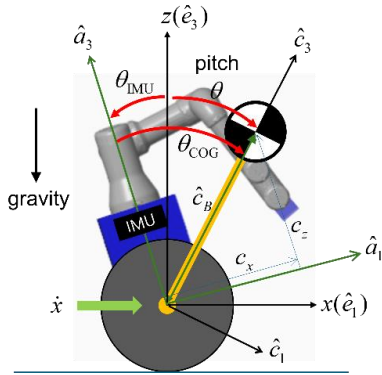


그림 4. 무게중심 위치 이동에 따른 피치각 변화.
Fig. 4. Pitch angle variation with COG movement.

표 1. 가상 역진자 로봇의 모델 파라미터와 운동 변수.
Table 1. Model parameters of the virtual inverted pendulum robot.

Parameter	Definition
m_B, m_w	mass of pendulum body and each wheel
I_1, I_2, I_3	MOI of the pendulum
J, K	MOI of the wheel
d	width between two wheels
l	length of inverted pendulum
r	radius of wheel
\dot{x}	forward velocity of chassis
ϕ, θ	roll and pitch angle of inverted pendulum
$\dot{\psi}$	yaw rate of the entire robot
T_L, T_R	input torque of left and right wheel

2. 양바퀴 역진자 로봇의 기구학

양바퀴 모바일 플랫폼의 전방 속도는 Fig. 5와 같이 표현된다. 고정좌표계 $\{N\}$ 에 대한 바퀴축 중심의 좌표 (X_C, Y_C) 가 주어질 때, 왼 바퀴, 오른 바퀴의 위치는 각각

$$\begin{aligned} (X_L, Y_L) &= (X_C - \frac{d}{2} \sin \psi, Y_C + \frac{d}{2} \cos \psi) \\ (X_R, Y_R) &= (X_C + \frac{d}{2} \sin \psi, Y_C - \frac{d}{2} \cos \psi) \end{aligned} \quad (6)$$

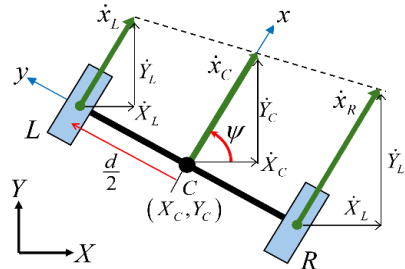


그림 5. 양바퀴 모바일 플랫폼의 전방 속도.
Fig. 5. Forward velocity of a two-wheeled mobile platform.

위 식을 미분하면,

$$\begin{aligned} (\dot{X}_L, \dot{Y}_L) &= (\dot{X}_C - \frac{d}{2} \dot{\psi} \cos \psi, \dot{Y}_C - \frac{d}{2} \dot{\psi} \sin \psi) \\ (\dot{X}_R, \dot{Y}_R) &= (\dot{X}_C + \frac{d}{2} \dot{\psi} \cos \psi, \dot{Y}_C + \frac{d}{2} \dot{\psi} \sin \psi) \end{aligned} \quad (7)$$

Fig. 5에서 차체의 요(yaw) 각과 각속도가 주어질 때, 바퀴축 중심과 양 바퀴의 전방속도는 각각

$$\begin{aligned} \dot{x}_C &= \dot{x} = \dot{X}_C \cos \psi + \dot{Y}_C \sin \psi \\ \dot{x}_L &= \dot{X}_L \cos \psi + \dot{Y}_L \sin \psi = \dot{x}_C - \frac{d}{2} \dot{\psi} \\ \dot{x}_R &= \dot{X}_R \cos \psi + \dot{Y}_R \sin \psi = \dot{x}_C + \frac{d}{2} \dot{\psi} \end{aligned} \quad (8)$$

바퀴축 중심의 속도 \dot{x}_C 는 Table 1에서 차체의 전방속도와 같다. 지면에 슬립이 발생하지 않는다고 가정하면 바퀴의 롤링(rolling) (γ_L, γ_R) 과 전방속도는 $\dot{x}_L = r\dot{\gamma}_L, \dot{x}_R = r\dot{\gamma}_R$ 의 관계를 가지므로 각 바퀴 각속도는 다음과 같다.

$$\dot{\gamma}_L = \frac{1}{r}(\dot{x}_C - \frac{d}{2} \dot{\psi}), \dot{\gamma}_R = \frac{1}{r}(\dot{x}_C + \frac{d}{2} \dot{\psi}) \quad (9)$$

가상 역진자 로봇은 크게 왼 바퀴(L), 오른 바퀴(R), 역진자(B)의 세 개의 바디로 구성된다. 먼저, 양 바퀴와 역진자 몸체 각각의 각속도를 Fig. 3에 정의된 좌표 축으로 표현하고,

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_L &= \dot{\psi} \hat{n}_3 + \dot{\gamma}_L \hat{e}_2 \\ \hat{\omega}_R &= \dot{\psi} \hat{n}_3 + \dot{\gamma}_R \hat{e}_2 \\ \hat{\omega}_B &= \hat{\omega}_{\{B\}} = \dot{\psi} \hat{n}_3 + \dot{\theta} \hat{e}_2 + \dot{\phi} \hat{b}_1 \end{aligned} \quad (10)$$

변환행렬 (1)을 이용하여 좌표계 성분들을 통일하면

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_L &= {}^N R_E (\dot{\psi} \hat{n}_3) + \dot{\gamma}_L \hat{e}_2 = \dot{\gamma}_L \hat{e}_2 + \dot{\psi} \hat{e}_3 \\ \hat{\omega}_R &= {}^N R_E \hat{\omega}_{\{E\}} + \dot{\gamma}_R \hat{e}_2 = \dot{\gamma}_R \hat{e}_2 + \dot{\psi} \hat{e}_3 \\ \hat{\omega}_B &= {}^N R_B (\dot{\psi} \hat{n}_3) + {}^E R_B (\dot{\theta} \hat{e}_2) + \dot{\phi} \hat{b}_1 \\ &= (\phi c \theta - \psi s \theta) \hat{b}_1 + (\theta c \phi + \psi s \phi c \theta) \hat{b}_2 + (\psi c \phi c \theta - \theta s \phi) \hat{b}_3 \end{aligned} \quad (11)$$

위에서 변환행렬은 ${}^N R_B = {}^N R_E {}^E R_B = {}^N R_E {}^E R_C {}^C R_B$ 이다.

양 바퀴 중심점과 역진자 무게중심의 속도는 좌표계 $\{E\}$ 원점의 속도와 $\{E\}$ 에 대한 각 바디의 상대속도의 합으로 나타낼 수 있으며, 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{v}_L &= \dot{x}\hat{e}_1 + \hat{\omega}_L \times \frac{d}{2}\hat{e}_2 = (\dot{x} - \frac{d}{2}\dot{\psi})\hat{e}_1 \\ \hat{v}_R &= \dot{x}\hat{e}_1 + \hat{\omega}_R \times \frac{d}{2}\hat{e}_2 = (\dot{x} + \frac{d}{2}\dot{\psi})\hat{e}_1 \\ \hat{v}_B &= \dot{x}\hat{e}_1 + \hat{\omega}_B \times l\hat{b}_3 = (\dot{x}c\theta + l\dot{\theta}c\phi + l\dot{\psi}s\phi c\theta)\hat{b}_1 \\ &\quad + (l\dot{\psi}s\theta - l\dot{\phi}c\theta + \dot{x}s\phi s\theta)\hat{b}_2 + (\dot{x}c\phi s\theta)\hat{b}_3 \end{aligned} \quad (12)$$

3. 운동 방정식 모델링

양바퀴 밸런싱 매니플레이터를 Fig. 2와 같이 3차원 역진자 시스템으로 근사시키면, 양 바퀴의 구동에 의해 발생하는 직진, 피치, 요 운동과 함께 매니플레이터 관절 동작에 의한 롤 운동이 추가되어 총 4자유도 운동성을 갖는다. 다물체 시스템에 대한 모델링 방법으로서 Kane's method [17]는 Newton-Euler 방정식과 같이 벡터연산 과정에서 물리적 직관을 제공하며, 에너지 함수를 이용하는 Lagrange 방정식과 같이 바디 사이에 작용하는 내력을 고려할 필요가 없는 편리함을 갖는다. 아래에서 Kane's method에 의한 모델링은 일반 좌표계 (generalized coordinates)에 대응하는 일반 힘과 일반 관성력을 구하는 과정이라고 할 수 있다.

먼저 직진, 롤, 피치, 요 운동에 대한 일반 좌표계, 일반 속도(generalized velocities)를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} q &= [x \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T, \\ u &= [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4]^T = [\dot{x} \quad \dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T \end{aligned} \quad (13)$$

3차원 역진자 로봇을 구성하는 세 강체에 작용하는 마찰력 성분들을 무시할 때, 각각의 운동은 중력과 구동기 토크에 의해 발생한다. 따라서 왼 바퀴(L), 오른 바퀴(R), 역진자 몸체(B)에 대한 작용력(applied forces) \hat{R}_p ($P = L, R, B$)과 작용 토크 \hat{T}_p 는 각각

$$\begin{aligned} \hat{R}_L &= \hat{R}_R = -m_w g \hat{n}_3, \hat{R}_B = -m_B g \hat{n}_3 \\ \hat{T}_L &= T_L \hat{e}_2, \hat{T}_R = T_R \hat{e}_2, \hat{T}_B = T_T \hat{e}_1 - (T_L + T_R) \hat{e}_2 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 (T_L, T_R) 는 양 바퀴의 토크, T_T 는 매니플레이터 관절 구동기에 의해 발생하는 롤 방향 토크 성분의 합이다.

각 강체에 발생하는 관성력(inertial force)과 관성 토크는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{R}_p^* &= -m_p \hat{a}_p, \\ \hat{T}_p^* &= -\hat{I}_p \cdot \hat{\alpha}_p - \hat{\omega}_p \times \hat{I}_p \cdot \hat{\omega}_p \quad (P = L, R, B) \end{aligned} \quad (15)$$

위에서 가속도 \hat{a}_p , 각가속도 $\hat{\alpha}_p$ 는 (11), (12)에 주어진 각속도와 속도를 미분하여 결정할 수 있으며, 바퀴와 역진자 몸체의 관성 모멘트(inertia dyadic)는

$$\begin{aligned} \hat{I}_L &= \hat{I}_R = K \hat{e}_1 \cdot \hat{e}_1 + J \hat{e}_2 \cdot \hat{e}_2 + K \hat{e}_3 \cdot \hat{e}_3 \\ \hat{I}_B &= I_1 \hat{b}_1 \cdot \hat{b}_1 + I_2 \hat{b}_2 \cdot \hat{b}_2 + I_3 \hat{b}_3 \cdot \hat{b}_3 \end{aligned} \quad (16)$$

한편, (11)의 각속도, (12)의 속도를 다음과 같이 일반 속도에 대한 편미분 형태로 표현할 수 있으며

$$\hat{v}_p = \sum_{r=1}^4 \left(\frac{\partial \hat{v}_p}{\partial u_r} \right) u_r, \hat{\omega}_p = \sum_{r=1}^4 \left(\frac{\partial \hat{\omega}_p}{\partial u_r} \right) u_r \quad (P = L, R, B) \quad (17)$$

이 때 각 일반 좌표계에 대한 일반 힘(generalized active forces)과 일반 관성력(generalized inertial forces)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_r &= \sum_P \left(\frac{\partial \hat{v}_P}{\partial u_r} \right) \cdot \hat{R}_P + \sum_P \left(\frac{\partial \hat{\omega}_P}{\partial u_r} \right) \cdot \hat{T}_P \quad (P = L, R, B) \\ F_r^* &= \sum_P \left(\frac{\partial \hat{v}_P}{\partial u_r} \right) \cdot \hat{R}_P^* + \sum_P \left(\frac{\partial \hat{\omega}_P}{\partial u_r} \right) \cdot \hat{T}_P^* \quad (P = L, R, B) \end{aligned} \quad (18)$$

최종적으로 일반좌표계에 대한 운동방정식은 다음과 같이 일반 힘과 일반 관성력의 합으로 결정된다.

$$F_r + F_r^* = 0 \quad (r = 1 \sim 4) \quad (19)$$

마지막으로 위 식들을 행렬 형태로 정리하면

$$\begin{aligned} M_e(q_e) \ddot{q}_e + C_e(q_e, \dot{q}_e) \dot{q}_e + G(q_e) = \tau_e \\ M_e = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & 0 & m_{24} \\ m_{31} & 0 & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix}, C_e = \begin{bmatrix} 0 & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & 0 & c_{23} & c_{24} \\ 0 & c_{32} & 0 & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix}, \\ G_e = \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \\ 0 \end{bmatrix}, q_e = \begin{bmatrix} x \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, \tau_e = \begin{bmatrix} (T_L + T_R)/r \\ T_T \\ -(T_L + T_R) \\ (T_R - T_L)d/2r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

관성행렬 M_e , 코리올리 및 구심력 행렬 C_e , 중력벡터 G_e 의 요소들은 Appendix에 수록되어 있다. τ_e 는 입력벡터로서 부속구동 시스템의 입력 토크가 각 운동 축으로 분산되어 입력되는 것을 나타낸다.

양바퀴 밸런싱 플랫폼은 구조적으로 롤 방향 운동이 구속되어 있으며, 탑재 매니플레이터 동작에 의한 3차원 역진자의 롤 방향 운동은 상대적으로 관성력 효과가 매우 작다. 따라서 (20)에서 롤 방향 방정식을 분리하면 다음과 같이 축소된 모델로서 다시 정리할 수 있다. 단, 다음 식에서 각 행렬과 벡터의 항들은 (20)과 마찬가지로 롤각의 함수로서 가상 역진자의 롤 운동이 동적 커플링에 의해 직진, 피치, 요 방향 운동에 미치는 영향을 반영한다.

$$\begin{aligned} M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = B\tau \\ M(q) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{13} & m_{14} \\ m_{31} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix}, C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & c_{13} & c_{14} \\ 0 & 0 & c_{34} \\ c_{41} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix}, \\ G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ g_3 \\ 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1/r & 1/r \\ -1 & -1 \\ -d/2r & d/2r \end{bmatrix}, q = \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, \tau = \begin{bmatrix} T_L \\ T_R \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

III. 관절 동작에 의한 내부적 외란 보상

1. 비선형 운동모델에 기반한 외란 추정

밸런싱 모바일 매니플레이터는 역진자 구조를 갖기 때문에 로봇 관절의 움직임은 바퀴 축에 대한 중력 모멘트의 변

화를 일으키며 바퀴와 역진자 몸체의 위치와 자세를 교란한다. 모바일 매니플레이터가 원활하게 작업을 수행하기 위해서는 매니플레이터의 관절 동작에 의하여 밸런싱 바퀴에 발생하는 드리프트(drift)의 크기를 최소로 유지시키는 제어전략이 요구된다. 본 절에서는 운동모델 (21)을 바탕으로 비선형 외란관측기(NDOB)를 구성하고 부족구동 시스템에 대한 외란보상 제어 입력을 결정한다.

외란관측기는 수학적 모델에 따라서 여러가지 형태의 알고리즘들이 존재하지만[16] 공통적으로 공칭모델을 기반으로 예상된 출력과 실제 측정된 출력의 차이를 바탕으로 외란을 추정한다. 공칭모델 (21)에 대한 외란은 다음과 같이 직진, 피치, 요 방향 성분을 포함하는 벡터로 정의할 수 있다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B\tau + D \quad (22)$$

$$D = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$$

결론적으로 공칭모델 (21)에 대한 외란추정 알고리즘의 기본 형태는 다음과 같다.

$$\hat{D}(t) = M(t)\ddot{q}(t) + C(t)\dot{q}(t) + G(t) - B\tau(t - \lambda) \quad (23)$$

$$\hat{D}_f(t) = [\hat{d}_1(t) \ \hat{d}_2(t) \ \hat{d}_3(t)]^T = Q(s) \cdot \hat{D}(t)$$

여기서 λ 는 제어루프의 순환 주기이며, Q 는 저역통과필터로서 센서 노이즈 및 수치적인 노이즈 제거, 외란추정 성능을 조정하기 위한 파라미터 함수이다. 위에서 시간지연 입력 $\tau(t - \lambda)$ 을 사용하는 것은 외란보상 입력이 현재의 제어 입력에 더해지기 때문에 인과관계(causality)상 최소 한 스텝 전의 입력을 이용할 수밖에 없기 때문이다.

한편, 차단주파수 ω 를 갖는 1차 저역통과필터를 backward 근사 방법 $s = (1 - z^{-1})/\lambda$ 과 함께 적용한다면 (23)에서 연속 시간 필터는 다음과 같이 이산시간 필터로 변환된다.

$$Q(s) = \frac{\omega}{s + \omega} \rightarrow Q(z) = \frac{\lambda\omega}{(1 + \lambda\omega) - z^{-1}} \quad (24)$$

위 식을 (23)에 적용하면 이산 시간(discrete time) 영역에서 NDOB를 다음과 같이 구현할 수 있다.

$$\hat{D}(k) = M(k)\ddot{q}(k) + C(k)\dot{q}(k) + G(k) - B\tau(k - 1),$$

$$\rightarrow \hat{D}_f(k) = Q(z) \cdot \hat{D}(k) \quad (25)$$

$$= \underbrace{\left(\frac{\lambda\omega}{1 + \lambda\omega}\right)}_{\alpha} \hat{D}(k) + \underbrace{\left(\frac{1}{1 + \lambda\omega}\right)}_{\beta} \hat{D}_f(k - 1), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

위에서 k 는 제어루프의 순환 스텝이며, α, β 는 항상 $\alpha + \beta = 1$ 의 조건을 만족한다. 상태변수의 노이즈가 심할 경우, 외란추정 성능을 조정하기 위하여 차단주파수를 감소시키면 α 는 감소하고 β 는 증가한다.

2. 부족구동 시스템의 외란보상 입력

외란을 포함한 3자유도 운동 모델 (22)에서 외란, 입력행렬, 구동기 토크 벡터의 차원은 $D \in R^{3 \times 1}, B \in R^{3 \times 2}, \tau \in R^{2 \times 1}$ 으로서 부족구동 시스템 특성을 나타낸다. 따라서 양바퀴 밸런싱 플랫폼에서 외란보상 입력을 결정하기 위해서는 적절한 가정

과 수학적 변환이 요구된다[18], [19]. 한편 [20]에서는 (22)의 중력 항을 입력 벡터와 통합하여 다음과 같이 정방(square) 형태의 입력행렬을 도입하였다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = \tilde{B}\tilde{\tau} + D, \quad (26)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 1/r & 1/r & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ -d/2r & d/2r & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\tau} = \begin{bmatrix} T_L \\ T_R \\ g_3 \end{bmatrix}$$

Fig. 6에 표현된 것과 같이 관절 운동에 의해 발생하는 로봇 내부적 외란은 3차원 역진자 플랫폼의 직진, 피치, 요 방향으로 분산되어 입력된다. NDOB에 의해 실시간 추정되는 외란을 구동기 입력에 의해 보상하기 위해서는 (26)에서 토크 입력과 외란 추정치가 $\tilde{B}\tilde{\tau}_c = -\hat{D}_f$ 의 관계를 만족해야 한다. 중력항은 $g_3 = -m_B g l c \phi s \theta_c$ 와 같이 3차원 역진자의 피치각과 물각의 함수이므로 보상입력은 다음과 같이 결정된다.

$$\tilde{\tau}_c = \begin{bmatrix} T_{c,L} \\ T_{c,R} \\ -m_B g l c \phi s \theta_c \end{bmatrix} = -\tilde{B}^{-1} \hat{D}_f = \begin{bmatrix} -(r\hat{d}_1/2 + r\hat{d}_3/d) \\ -(r\hat{d}_1/2 - r\hat{d}_3/d) \\ -(r\hat{d}_1 + \hat{d}_2) \end{bmatrix} \quad (27)$$

결국 양 바퀴 구동기 입력 외에 역진자의 물각, 피치각이 함께 요구된다. Fig. 4에서 중력 축에 대한 3차원 역진자의 피치각은 바퀴의 운동에 의해 변경될 수 있지만 물각은 매니플레이터 관절들의 각도에 의해 결정된다. 따라서 관절 동작에 의해 발생하는 모든 외란 성분들을 보상하기 위해서는 다음과 같은 피치각 기준입력(pitch reference)이 필요하다.

$$\theta_{ref} = \theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{r\hat{d}_1 + \hat{d}_2}{m_B g l \cos \phi} \right) \quad (28)$$

[20]에서는 밸런싱 로봇이 경사지를 주행할 때 발생하는 주행 환경적 외란을 보상하기 위하여 NDOB 알고리즘을 적용하였으며, 지면 경사의 변화는 (28)에서 물 각을 제외한 피치각 레퍼런스의 변화를 가져온다. 반면, 이 논문에서는 밸런싱 매니플레이터의 3차원적 관절 동작에 의해 발생하는 자세 불균형 문제를 (27), (28)의 보상 입력에 의해 선제적으로

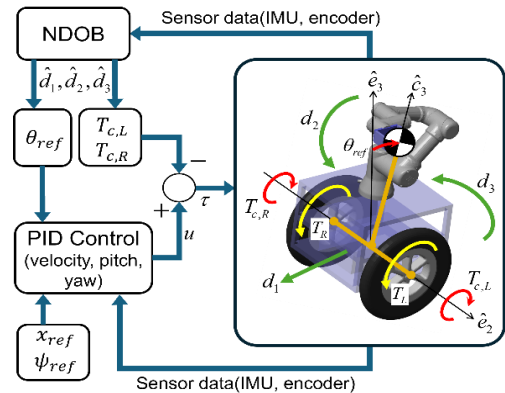


그림 6. 내부적 외란 보상 밸런싱 제어 루프.

Fig. 6. Internal disturbance compensation balancing control loop.

보상한다. 특히, 모바일 매니플레이터가 불확실한 질량의 물체를 파지할 때 발생하는 중력 모멘트를 (28)의 피치 기준입력으로 보상하는 것은 매우 효과적인 방법이다.

IV. 궤적 추종 밸런싱 제어

1. 모바일 매니플레이터의 역기구학

본 논문에서 다루는 셀프 밸런싱 모바일 매니플레이터는 Fig. 7과 같이 이륜 밸런싱 플랫폼에 6관절의 소형 협동로봇 [21]이 탑재된 형태를 갖는다. 협동로봇의 총중량은 9.83 kg이며 모바일 매니플레이터의 제원은 Table 2와 같다. 모바일 매니플레이터가 작업을 수행하는 동안, 밸런싱 차체는 특정한 위치에 고정되지 않고 항상 이동하기 때문에 말단부의 목표 궤적을 추종하기 위해서는 개별 관절들의 목표 궤적을 결정하기 위한 역기구학 해의 안정성이 요구된다.

다관절 매니플레이터에 대한 역기구학 해는 말단부 작업 공간의 위치 궤적에 대한 해석적 해, 속도 궤적에 대한 역자코비안 해, 비선형 연립방정식에 대한 수치적 해로 구분할 수 있다. 해석적 해는 계산 속도가 빠르고, 유한한 수의 해를 가지며, 정확한 값을 산출한다는 장점을 갖는다. 참고로 Fig. 7의 6관절 매니플레이터에 대한 해석적 역기구학 해는 [22]에 주어져 있다. 단, 매니플레이터가 장착된 차체의 드리프트가 심할 경우 수치 해의 연속성에 문제가 발생할 수 있으며, 로봇의 실시간 위치에 대한 역기구학 해를 구하기 위해서는 차체 좌표계의 원점에 대한 정확한 로컬라이제이션(localization)이 필요하다.

이 논문에서는 역기구학 해의 불연속성과 특이점을 회피하여 수치적 해의 안정성을 개선한 LM (Levenberg-Marquardt) 방법을 적용한다[23], [24]. LM method는 각 관절의 초기 값을 바탕으로 매 제어주기마다 역기구학 해를 탐색하기 때문에 직진 주기와 연속적인 해가 산출된다. 따라서 작업공간 궤적 추종제어의 안정성 측면에서 유리하며, 밸런싱 플랫폼의 로컬라이제이션 오차에 상대적으로 덜 민감하다는 장점을 갖는다. 단, 해석적 해와 비교할 때 궤적추종 오차의 정밀도 측면에서는 불리할 수 있다.

2. 수치적 실험

모바일 매니플레이터 시뮬레이션에 필요한 다물체(multi-body) 시스템 모델링과 센서 및 구동기를 포함하는 제어 시스템 모델링은 MATLAB Simscape [25]를 기반으로 구축되었다. 밸런싱 매니플레이터에 대한 수치적 실험을 수행하기 위한 작업 시나리오는 Fig. 8과 같이 3단계로 구분된다. 1단계는 밸런싱 차체가 목표 위치로 이동한다. 2단계는 매니플레이터 관절들이 홈 위치(home position)에서 작업공간(task space) 궤적의 초기위치로 이동한다(0 ~ 10 sec). 3단계는 로봇의 말단부(end-effector)가 작업 궤적을 목표 속도로 추종한다.

표 2. 모바일 매니플레이터 제원(Matlab Simscape 산출).

Table 2. Specifications of Mobile manipulator.

$m_B, m_w, m_{chassis}$	39.83 kg, 4 kg, 30 kg
d, r	0.45, 0.2 m
I_1, I_2, I_3 (home)	1.1732, 1.1732, 1.1181 kg m ²
J, K	0.08, 0.0408 kg m ²

이 논문에서는 밸런싱 차체의 주행 성능보다는 NDOB를 적용했을 때, 매니플레이터 동작에 의해 발생하는 내부적 외란을 효과적으로 보상하는 문제에 집중한다. 작업공간 궤적에 대한 말단부의 위치 및 자세는 고정좌표계에 대하여 정의된다. Fig. 7에서 말단부는 미지의 질량을 갖는 물체를 파지한 상태에서 원형 궤적(지름 0.4 m)을 추종한다. NDOB 설계를 위한 운동 모델 (21)에서 파지된 물체의 질량은 제외된다. Fig. 8의 Home 위치에서 말단부 자세(롤, 피치, 요)는 (-90, 0, 90) deg, 궤적을 추종할 때의 자세는 (-180, 0, 0) deg를 유지한다. 궤적추종 작업 중에 발생하는 밸런싱 차체의 이동(drift)을 최소화하기 위하여 Fig. 6에서는 목표점(zero position)에 대한 위치 및 속도 레퍼런스를 적용하였다.

Fig. 8에서는 Fig. 6의 제어 루프에서 PID 제어기만을 적용한 경우와 NDOB를 추가 적용한 경우에 대하여 궤적추종 성능을 비교한다. 임의의 가반하중의 질량은 공통적으로 2 kg이다. 동일한 궤적에 대하여 추종 시간을 20초, 10초, 5초에 변화시켰을 때, 말단부의 궤적추종 속도가 빠를수록 오차 성능의 차이도 증가하는 것을 알 수 있다. Fig. 8(c)에 보인 추종오차의 시간에 대한 변화는 제어 주기마다 각 축 방향의 오차를 제곱근으로 환산한 값이다. Fig. 9는 NDOB를 적용한 경우, 3차원 가변 역진자의 무게중심이 이동할 때 발생하는 피치각, 롤각, 외란 추정치의 변화를 나타낸다. Fig. 10은 매니플레이터의 동작에 따른 커플링 효과에 의하여 차체에 발생하는 드리프트 크기를 비교한다.

결론적으로 II장에서 개발한 동적 모델에 기반하여 NDOB를 적용하는 경우, 불확실한 가반하중을 효과적으로 보상할 수 있으며, 관절 동작에 의한 바퀴의 이동 현상이 감소하고 역진자 자세제어의 안정성 개선 효과가 크다는 것을 알 수 있다. 한편, 본 논문에서는 바퀴의 마찰력이 충분히 확보되어 슬립이 발생하지 않는다는 것을 기본 가정으로 하고 있다. 저마찰 지면에서 역진자 로봇의 슬립 제어와 관련된 내용은 [26]에서 참조할 수 있다. 또한 위 수치실험 결과에 대한 동영상은 <https://youtu.be/bjgnxI9z2zI>에서 참조할 수 있다.

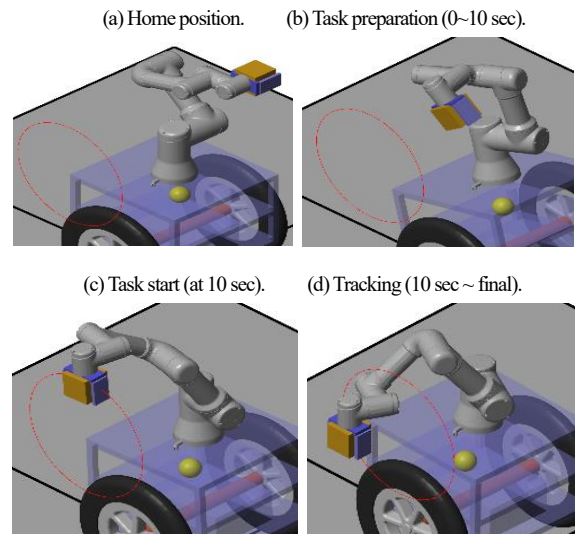


그림 7. 밸런싱 모바일 매니플레이터 작업 시나리오. Fig. 7. Task scenario for a balancing mobile manipulator.

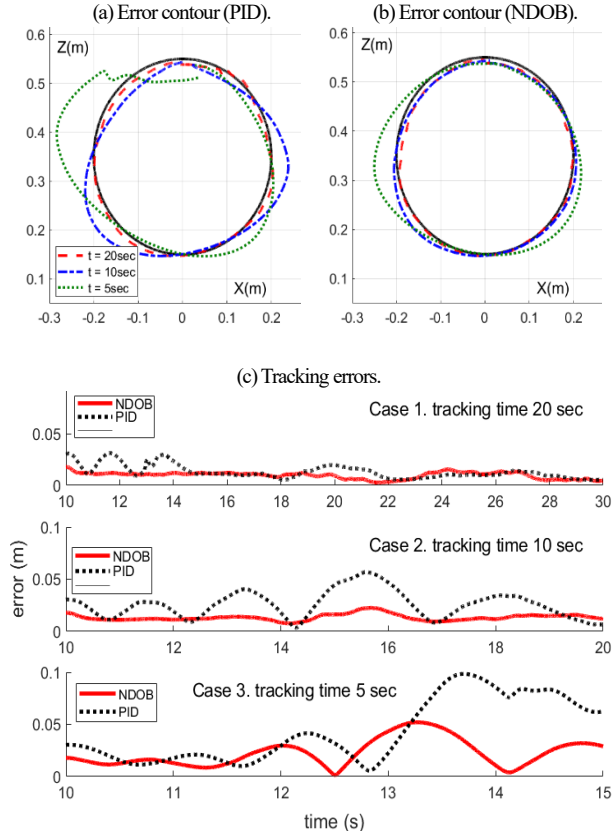


그림 8. 궤적 추종오차 비교(PID vs NDOB).

Fig. 8. Comparison of tracking errors.

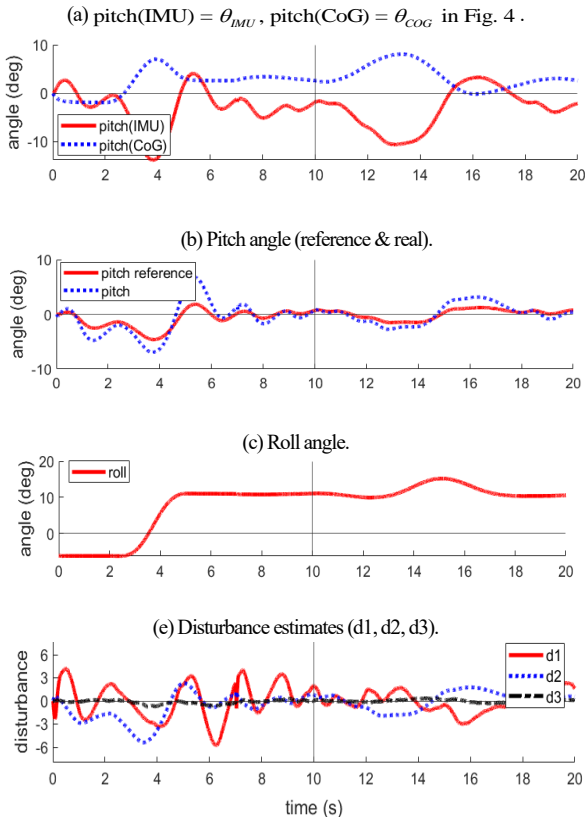
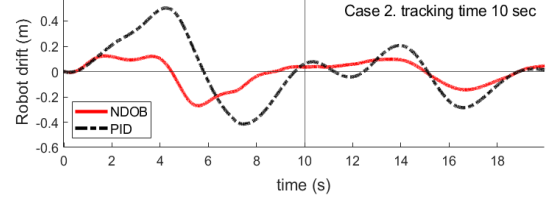


그림 9. 3차원 역진자의 자세 변화(tracking time 10 sec).

Fig. 9. Posture variation of the 3-D inverted pendulum.

그림 10. 궤적추종 작업중 밸런싱 플랫폼의 드리프트 변화.
Fig. 10. Drift of the balancing platform during the tracking task.

V. 결론

본 논문의 주요 기여점은 다음과 같이 요약할 수 있다. 첫째, 셀프-밸런싱 매니플레이터에 대한 기존의 연구들은 주로 로봇의 전복을 방지하기 위한 역진자 자세제어 문제에 국한되었으나, 본 논문에서는 실제 로봇의 작업성 확보를 위한 궤적추종 제어로 문제의 범위를 확대하였다. 둘째, 기존의 연구들은 주로 피치각만을 고려한 역진자 모델을 사용하였으나, 본 논문에서는 매니플레이터의 관절 운동에 따라 나타나는 물 각 효과를 포함하는 3차원 역진자에 대한 동역학 모델을 개발하였고 이를 비선형 외란관측기 설계에 적용함으로써 불확실한 가변하중 조건에서 안정적인 궤적추종 성능이 구현될 수 있음을 수치 실험적으로 검증하였다. 향후 과제로서 하드웨어 로봇 시스템에 대한 적용, 불확실한 가변하중 추정 방법을 밸런싱 제어에 추가 이용하는 문제 등을 고려할 수 있다.

APPENDIX

Elements of the matrices and vectors in (22)

$$\begin{aligned}
 m_{11} &= m_B + 2m_w + 2J/r^2 & m_{22} &= (l^2 m_B + I_1) c^2 \theta \\
 m_{12} &= m_{21} = -lm_B s \phi s \theta c \theta & m_{24} &= m_{42} = -(l^2 m_B + I_1) s \theta c \theta \\
 m_{13} &= m_{31} = lm_B c \phi c \theta & m_{33} &= (l^2 m_B + I_2) c^2 \phi - I_3 s^2 \phi \\
 m_{14} &= m_{41} = lm_B s \phi & m_{34} &= m_{43} = (l^2 m_B + I_2 - I_3) s \phi c \theta \\
 m_{44} &= (l^2 m_B + I_1) s^2 \theta + (l^2 m_B s^2 \phi + I_2 s^2 \phi + I_3) c^2 \theta \\
 &\quad + d^2 m_w / 2 + J d^2 / 2 r^2 + 2K \\
 c_{12} &= m_B s \phi c \phi s \theta (2s \theta + c^2 \theta) \dot{x} - (2lm_B c \phi s \theta c^2 \theta) \dot{\phi} \\
 c_{13} &= -lm_B s \phi (c^2 \phi s \theta c \theta + c^2 \theta + c \theta) \dot{\phi} - (2lm_B c \phi s \theta) \dot{\theta} \\
 &\quad - (lm_B s \phi c^2 \phi s \theta c \theta) \dot{\psi} \\
 c_{14} &= -(m_B s \phi c \phi s \theta c^2 \theta) \dot{x} + lm_B c \phi c \theta (s^2 \theta + c \theta + s^2 \phi s \theta c \theta + 1) \dot{\phi} \\
 &\quad - 2lm_B c \phi s \theta (s^2 \phi c^2 \theta + 1) \dot{\psi} \\
 c_{21} &= -lm_B c \phi c \theta (c^2 \theta - s \theta c \theta + s \theta) \dot{\phi} - (lm_B c \phi s^2 \theta c \theta) \dot{\theta} \\
 c_{23} &= -[l^2 m_B c^2 \phi c^2 \theta + (l^2 m_B + I_1) s \theta c \theta] \dot{\phi} \\
 &\quad + s \phi c \phi c \theta (2l^2 m_B + I_2 - I_3) \dot{\theta} \\
 c_{24} &= -(l^2 m_B s \phi c \phi c^3 \theta) \dot{\phi} - c^2 \theta [l^2 m_B c^2 \phi + I_1 + (I_2 - I_3) c^2 \phi] \dot{\theta} \\
 &\quad - 2s \phi c \phi c^3 \theta (I_2 - I_3) \dot{\psi} \\
 c_{31} &= c_{33} = 0 \\
 c_{32} &= -s \phi c \phi (l^2 m_B + I_2 - I_3) (c \theta + 1) \dot{\theta} \\
 &\quad + c \theta (l^2 m_B c^2 \phi + I_2 c^2 \phi - I_3 s^2 \phi) \dot{\psi} \\
 c_{34} &= -c^2 \theta (-l^2 m_B c^2 \phi - I_1 + I_2 s^2 \phi + I_3 c^2 \phi) \dot{\phi} \\
 &\quad - 2s \theta c \theta (l^2 m_B c^2 \phi + I_1 - I_2 s^2 \phi - I_3 c^2 \phi) \dot{\psi}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{41} &= l^2 m_B c \phi s \theta (c^2 \theta - s \theta c \theta + s \theta) \dot{\phi} + (l m_B c \phi s^3 \theta) \dot{\psi} \\
c_{42} &= -l^2 m_B (-c^2 \phi s \theta c \theta - s^2 \theta + s^2 \phi c^2 \theta + s^2 \phi c \theta) \dot{\theta} \\
&\quad + l^2 m_B s \phi c \phi c^2 \theta (s \theta + c \theta + 1) \dot{\psi} \\
c_{43} &= -\left\{ I_1 c^2 \theta + (I_2 s^2 \theta + I_3 c^2 \theta) c \theta - (I_2 c^2 \phi - I_3 s^2 \phi) c^2 \theta \right\} \dot{\phi} \\
&\quad - 2 s \phi c \phi s \theta (l^2 m_B + I_2 - I_3) \dot{\theta} \\
c_{44} &= -s \theta c \theta (-l^2 m_B c^2 \phi - 2 I_1 + 2 I_2 s^2 \phi + 2 I_3 c^2 \phi) \dot{\theta} \\
&\quad - (2 l^2 m_B s \phi c \phi s \theta c^2 \theta) \dot{\psi} \\
g_2 &= -m_B g l s \phi c^2 \theta, \quad g_3 = -m_B g l c \phi s \theta
\end{aligned}$$

REFERENCES

- [1] M. Zafar, S. Hutchinson, and E. A. Theodorou, "Hierarchical optimization for whole-body control of wheeled inverted pendulum humanoids," *2019 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 7535-7542, 2019.
- [2] H. Chen, Y. Zhao, and J. M. Lee, "LQR control for a mobile manipulator using COG feedback," *2015 IEEE Int. Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, pp. 921-924, 2015.
- [3] M. Stilman, J. Olson, and W. Gloss, "Golem Krang: Dynamically stable humanoid robot for mobile manipulation," *2010 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, pp. 3304-3309, 2010.
- [4] A. J. McClung, Y. Zheng, and J. B. Morrell, "Contact feature extraction on a balancing manipulation platform," *2010 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, pp. 1774-1779, 2010.
- [5] <https://robotsguide.com/robots/handle>.
- [6] <https://robotnik.eu/products/mobile-manipulators>.
- [7] P. K. W. Abeygunawardhana, M. Defoort, and T. Murakami, "Self-sustaining control of two-wheel mobile manipulator using sliding mode control," *2010 11th IEEE Int. Workshop on Advanced Motion Control (AMC)*, pp. 792-797, 2010.
- [8] Y. Yamamoto and X. Yun, "Coordinating locomotion and manipulation of a mobile manipulator," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 6, pp. 1326-1332, June 1994.
- [9] S. N. Mostafa, G. Mostafa, and M. Masoud, "Optimal trajectory planning of a mobile robot with spatial manipulator for obstacle avoidance," *Proc. of 10th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2010)*, pp. 314-318, 2010.
- [10] A. Gopinath and V. R. Jisha, "Gain scheduled LQR control of a two wheeled mobile robot with heavy payloads," *2022 IEEE Int. Conference on Signal Processing, Informatics, Communication and Energy Systems (SPICES)*, pp. 436-441, 2022.
- [11] M.-G. Kim, C.-J. Woo, and J. Lee, "Attitude control of a two-wheeled mobile manipulator by using the location of the center of gravity and sliding mode controller," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 21, no. 8, pp. 758-765, 2015.
- [12] M. Boukattaya, "Robust decoupling control for mobile manipulators based on disturbance observer," *Int. Journal of Sciences and Techniques of Automatic Control (IJ-STA)*, vol. 2, no. 2, pp. 670-683, Dec. 2008.
- [13] R. Morales, S.-R. Hebertt, and J. A. Somolinos, "Robust control of underactuated wheeled mobile manipulators using GPI disturbance observers," *Multibody System Dynamics*, vol. 32, pp. 511-533, 2014.
- [14] M. Chen, "Robust tracking control for self-balancing mobile robots using disturbance observer," *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, vol. 4, no. 3, pp. 458-465, 2017.
- [15] Y. Xin, X. Rong, Y. Li, B. Li, and H. Chai, "Movements and balance control of a wheel-leg robot based on uncertainty and disturbance estimation method," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 133265-133273, 2019.
- [16] W.-H. Chen, J. Yang, L. Guo, and S. Li, "Disturbance-observer-based control and related methods-an overview," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, pp. 1083-1095, 2015.
- [17] T. R. Kane and D. A. Levinson, *Dynamics: Theory and Applications*, New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1985.
- [18] J. Huang, S. Ri, L. Liu, Y. Wang, J. Kim, and G. Pak, "Nonlinear disturbance observer-based dynamic surface control of mobile wheeled inverted pendulum," *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 23, 2400-2407, 2015.
- [19] J. Huang, M. Zhang, S. Ri, C. Xiong, Z. Li, and Y. Kang, "High-order disturbance-observer-based sliding model control for mobile wheeled inverted pendulum systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 67, 2030-2041, 2020.
- [20] S. H. Lee, Y. Kim, and S. J. Kwon, "Terrain slope disturbance compensation for driving performance of a self-balancing mobile robot," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 30, no. 10, pp. 1122-1130, 2024.
- [21] <https://www.universal-robots.com/products/ur3e/>
- [22] J. Villalobos, I. Y. Sanchez, and F. Martell, "Singularity analysis and complete methods to compute the inverse kinematics for a 6-DOF UR/TM-type robot," *Robotics*, vol. 11, no. 6, 137, 2022.
- [23] T. Sugihara, "Solvability-unconcerned inverse kinematics by the Levenberg-Marquardt method," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 27, no. 5, pp. 984-991, Oct. 2011.
- [24] Matlab Robotics System Toolbox(LM method), <https://kr.mathworks.com/help/releases/R2024b/robotics/ref/inversekinematics-system-object.html>.
- [25] MATLAB Simscape, <https://mathworks.com/products/simscape-multibody.html>.
- [26] M. Kim, Y. Kim, and S. J. Kwon, "traction control of an inverted pendulum robotic vehicle based on a driving wheel motion model," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 30, no. 11, pp. 1305-1312, 2024.



홍성민

2025.08 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 기계공학전공 공학사. 현재 동 대학원 석사과정 재학중. 관심 분야는 모바일 로봇 매니플레이션, 외란보상 제어, 밸런싱 로봇 자세제어, 자율주행 등.

권상주

제어 · 로봇 · 시스템학회 논문지, 제28권 제7호 pp. 692 참조.