

반작용 휠을 활용한 3 차원 역진자의 자세 제어

Pose Control of Three-dimensional Inverted Pendulum Using Reaction Wheel

박 영 훈¹, 이 인 우¹, 이 수 영^{*1}(Young-Hoon Park¹, In-Woo Lee¹, and Soo-Yeong Yi^{1,*})¹Department of Electrical and Information Engineering, Seoul National University of Science and Technology

Abstract: This study presents a three-dimensional inverted pendulum system using three symmetrically arranged vertical reaction wheels for balance control and an additional horizontal reaction wheel for direction control. The dynamics of the inverted pendulum system is modeled using the Euler–Lagrange equation, and the model is linearized for controller design. To verify the control performance of the system, a linear quadratic regulator controller is designed for the balance control and a proportional and derivative controller for the direction control. The performance of the proposed control system is verified through simulations. Based on the simulation results, an actual inverted pendulum is constructed, and the control for the system is experimentally validated.

Keywords: inverted pendulum, reaction wheel, LQR control

I. 서론

개인용 모빌리티, 다족 보행 로봇, 인공위성 등의 분야에서 장치의 균형 유지, 또는 자세 제어를 위해 반작용 휠을 사용하고 있으며 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[1]. 예를 들어, 반작용 휠을 인공위성에 적용하여 인공위성의 자세를 제어하는 방법이 연구되었으며[2,4] 보행 로봇과 관련하여 로봇의 균형 능력을 향상시키기 위해 반작용 휠을 사용하였다[5]. 역진자 시스템은 비선형적이고 높은 제어 정밀도를 요구하여 제어 이론의 성능을 평가하는 데 유용하며, 이를 시각적으로 명확하게 보여준다[6]. 지난 몇 십 년 동안 비선형 시스템의 제어를 위한 여러 제어 기술이 연구되었으며, 역진자, Acrobot 및 회전 진자와 같은 시스템의 제어를 위한 연구도 진행되고 있다[7,8]. 이러한 역진자 시스템은 제어 알고리즘의 성능을 시험하고, 새로운 제어 기법을 개발하기 위한 테스트베드로 활용되기도 한다. 역진자 시스템의 유형에는 크게 두 가지가 있다. 첫 번째 유형으로는 카트형 역진자 모델로서 역진자 하부에 위치한 이동형 카트를 적절히 조작하여 균형을 유지하는 시스템이다[9]. 이와 관련해 다중 역진자 시스템에 대한 연구도 진행되었으며, 이러한 시스템은 높은 차원의 비선형성과 다중 자유도를 가지고 있어서 제어가 매우 어렵다는 특징을 가지고 있다[10–11]. 두 번째는 반작용 휠을 이용한 역진자 시스템으로서 역진자의 상단에 위치한 모멘텀 휠을 회전시켜 발생하는 반작용력을 이용하여 역진자 시스템을 제어하는 방법이다. 선행 연구에서는 최적의 기계적 설계를 통해 1차원 역진자 시스템의 성능을 향상시키는 방법이 제시

되었다[12]. 반작용 휠을 이용한 역진자 시스템은 반작용 휠의 배치에 따라 제어할 수 있는 자유도가 달라지게 된다. 이와 관련된 연구는 지면과 수평으로 배치된 두 개의 반작용 휠을 사용하여 2차원 역진자 시스템을 제어한 연구가 있고 [13], 큐브 형태의 반작용 휠 3개를 이용해 균형을 제어한 연구가 있다[14–15]. 최근 연구에서는 역진자 플랫폼에 수직으로 대칭인 3개의 반작용 휠을 사용하여 2차원 균형 제어를 수행한 연구가 있다[16].

본 연구에서는 대칭으로 구성된 3개의 수직 반작용 휠에 1개의 수평 반작용 휠을 추가함으로써 3차원의 운동 자유도를 갖는 확장된 새로운 역진자 시스템을 제안하였다. 대칭으로 구성된 역진자 시스템은, 중력에 의한 토크를 평형점에서 자연스럽게 상쇄시킬 수 있기 때문에 기존의 연구보다 더욱 안정적인 제어가 가능하다. 새로운 역진자 시스템의 동역학은 라그랑주-오일러 방정식을 사용하여 모델링하였으며, 동역학 모델을 선형화하여 제어기 설계에 적용하였다. 실제 제작한 3차원 역진자 시스템의 제어 성능을 검증하기 위해 균형 제어를 위한 LQR 제어기와 방향 제어를 위한 PD 제어기를 각각 설계하여 시뮬레이션 환경에서 제어 가능성을 확인하였으며, 실제 역진자를 제작하여 제어 성능을 실험적으로 입증하였다.

II. 시스템 정의

이 절에서는 본 논문에서 제안한 새로운 3차원 역진자 플랫폼의 용어 정의를 다룬다. II.1 절에서는 역진자 플랫폼에서 사용된 반작용 휠 좌표계에 대한 정의를 다루고, II.2

* Corresponding Author

Manuscript received November 1, 2024; revised December 11, 2024; accepted December 16, 2024

박영훈: 서울과학기술대학교 전기정보공학과 대학원생(yh@seoultech.ac.kr, ORCID[®] 0009-0006-0209-45612)

이인우: 서울과학기술대학교 전기정보공학과 학부생(taekwonist0210@gmail.com, ORCID[®] 0009-0000-4577-4526)

이수영: 서울과학기술대학교 전기정보공학과 교수(suylee@seoultech.ac.kr, ORCID[®] 0000-0001-8110-1468)

※ 본 연구는 서울과학기술대학교 교내연구비의 지원으로 수행되었습니다.

※ 실험 동영상 유튜브 주소 <https://www.youtube.com/watch?v=2NQ04bX4irk>

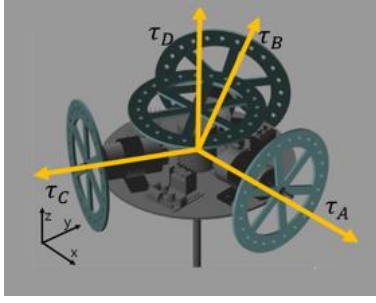


그림 1. 3차원 역진자 플랫폼과 기준 좌표계.

Fig. 1. 3D inverted pendulum platform and reference coordinate system.

절에서는 역진자 플랫폼의 기준 좌표계 정의와 그 변환에 대해서 서술한다.

1. 플랫폼 정의

그림 1은 본 논문에서 제안한 3차원 역진자의 구조와 기준 좌표계를 보여준다. 역진자 플랫폼에 수직으로 3개의 반작용 휠을 120° 간격으로 배치하였다. 각각의 수직 반작용 휠을 제어하는 모터의 명칭은 모터 A, B, C 라고 하며, 각각의 모터에서 발생한 토크를 τ_A, τ_B, τ_C 로 나타낸다. 이들 3개의 수직 반작용 휠은 역진자 플랫폼의 2차원 수직 균형 유지 역할을 하며, 추가적으로 수평 방향 제어를 위해 역진자 플랫폼에 1개의 수평 반작용 휠을 배치하였다. 수평 반작용 휠을 제어하는 모터의 명칭은 모터 D이며, 모터 D에서 발생한 토크를 τ_D 로 나타낸다.

2. 운동 좌표계

본 역진자 시스템의 운동은 역진자 상의 운동 좌표계와 고정 기준 좌표계를 이용하여 기술할 수 있다. 제어 과정에서 역진자 좌표계를 기준 좌표계로 변환하는 과정은 반작용 휠이 만드는 토크의 벡터합을 구하고 센서 값을 제어과정에 반영하기 위해 필수적이다. 그림 2에서 역진자 시스템 좌표계는 (X_P, Y_P, Z_P) 로, 그리고 기준 좌표계는 (X_0, Y_0, Z_0) 로 표기하였다. 이때, 역진자 시스템이 기준 좌표계와 완전히 일치하는 지점을 역진자 시스템의 평형점이라고 한다. 또한 그림에 표시된 반작용 휠 토크, $(\tau_A, \tau_B, \tau_C, \tau_D)$ 의 방향을 기준으로 모터 회전각, $(\theta_A, \theta_B, \theta_C, \theta_D)$ 를 정의하였다.

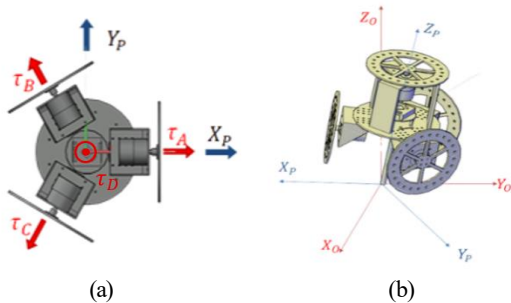


그림 2. 역진자 플랫폼의 기준 좌표계.

Fig. 2. Reference coordinates of the inverted pendulum platform.

(a) The inverted pendulum coordinate system.

(b) The reference coordinate system and the inverted pendulum coordinate system.

각 반작용 휠 발생 토크, $(\tau_A, \tau_B, \tau_C, \tau_D)$ 에 의해 역진자 시스템에 작용하는 토크, $(\tau_\alpha, \tau_\beta, \tau_\gamma)$ 는 식 (1)과 식 (2)로 나타낼 수 있다.

$$T_{PM} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_\alpha \\ \tau_\beta \\ \tau_\gamma \end{bmatrix} = T_{PM} \begin{bmatrix} \tau_A \\ \tau_B \\ \tau_C \\ \tau_D \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기에서 τ_α 와 τ_β 는 각각 기준 좌표계의 X_0 축 기준 회전 토크와 Y_0 축 기준 회전 토크를 나타내며, 이는 역진자 플랫폼의 roll 각 α 와 pitch 각 β 에 대한 균형유지 제어입력이 된다. 또한 τ_γ 는 Z_0 축 기준 회전 토크를 의미하며 yaw 각, γ 에 대한 방향제어 입력으로 작용한다.

역진자 시스템이 기준 좌표계에서 (α, β, γ) 각 만큼 회전했을 때, 역진자 시스템으로부터 기준 좌표계로의 변환행렬 T_{OP} 는 식 (3) ~ 식 (6)으로 나타낼 수 있다. 이 식에서 $R_X(\alpha)$, $R_Y(\beta)$, $R_Z(\gamma)$ 는 각 축 기준의 회전 행렬을 나타낸다.

$$T_{OP} = R_Z(\gamma)R_Y(\beta)R_X(\alpha) \quad (3)$$

$$R_X(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$R_Y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$R_Z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

최종적으로 역진자 시스템이 반작용 휠의 회전으로부터 얻는 토크는 식 (7)에 의해 나타낼 수 있다[14].

$$[\tau_\alpha \ \tau_\beta \ \tau_\gamma]^T = -I_w T_{OP} T_{PM} [\ddot{\theta}_A \ \ddot{\theta}_B \ \ddot{\theta}_C \ \ddot{\theta}_D]^T \quad (7)$$

여기서 I_w 는 반작용 휠의 관성모멘트를 의미한다.

III. 시스템 모델링

이 절에서는 본 역진자 시스템의 동역학 모델에 대해서 기술한다. III.1절에서는 라그랑지 방법에 의한 동역학 방정식에 관해 설명하고, III.2절에서는 동역학 방정식 선형화에 대해 기술한다.

1. 라그랑지 동역학

제약 조건이 있는 최적화 문제를 풀기 위해 라그랑지 방법을 사용하려면 역진자 시스템의 운동에너지와 위치에너지를 일반화된 식으로 표현하는 것이 필요하다. 식 (8)의 T_p 는 역진자 시스템 본체의 각운동 에너지를 의미한다. 이 식에서 (I_x, I_y, I_z) 는 역진자 시스템 좌표계의 (X_P, Y_P, Z_P) 축을 따라 갖는 관성모멘트다. 식 (9)의 T_w 는 시스템에 설치된 4개의 반작용 휠의 운동에너지로서, 휠의 관성모멘트 I_w 를 이용하여 설명된다. 역진자가 roll, pitch 방향으로 회전했을 때

역진자의 위치에너지, U는 식 (10)으로 나타낼 수 있다.

$$T_P = \frac{1}{2}(I_x \dot{\alpha}^2 + I_y \dot{\beta}^2 + I_z \dot{\gamma}^2) \quad (8)$$

$$T_W = \frac{1}{2}I_w(\dot{\theta}_A^2 + \dot{\theta}_B^2 + \dot{\theta}_C^2 + \dot{\theta}_D^2) \quad (9)$$

$$U = mgl \cos(\alpha) \cos(\beta) \quad (10)$$

여기서 m은 역진자의 전체 질량, g는 중력가속도, 그리고 l은 역진자 무게 중심의 높이를 나타낸다.

라그랑지안 L은 식 (8) ~ 식 (10)으로부터 식 (11)로 표현된다[16].

$$L = T_P + T_W - U \quad (11)$$

오일러-라그랑주 방정식은 식 (12)와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = 1 \sim 7, \quad (12)$$

여기서, τ_1, τ_2, τ_3 은 역진자 플랫폼의 운동에 의한 토크, $\tau_\alpha, \tau_\beta, \tau_\gamma$ 이며, $\tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7$ 은 반작용 휠에 의한 토크 $\tau_A, \tau_B, \tau_C, \tau_D$ 이다. 그리고 $q_1 \sim q_7$ 은 각각, $\alpha, \beta, \gamma, \theta_A, \theta_B, \theta_C, \theta_D$ 를 의미한다.

각 모터의 각속도는 식 (13)~ 식 (16)으로 표현할 수 있다.

$$\ddot{\theta}_A = -\frac{K_2}{I_w} \dot{\theta}_A + \frac{K_1}{I_w} V_A \quad (13)$$

$$\ddot{\theta}_B = -\frac{K_2}{I_w} \dot{\theta}_B + \frac{K_1}{I_w} V_B \quad (14)$$

$$\ddot{\theta}_C = -\frac{K_2}{I_w} \dot{\theta}_C + \frac{K_1}{I_w} V_C \quad (15)$$

$$\ddot{\theta}_D = -\frac{K_2}{I_w} \dot{\theta}_D + \frac{K_1}{I_w} V_D \quad (16)$$

여기서 K_1, K_2 는 각각 $K_1 = \frac{K_T}{R_m}, K_2 = \frac{K_T K_e}{R_m}$ 이며, 각 기호의 정의는 다음과 같다:

R_m : 전기자 저항, V : 입력전압,

K_T : 모터 토크 상수, K_e : 역기전력 상수,

$\dot{\theta}$: 모터 각속도, $\ddot{\theta}$: 모터 각가속도

오일러 라그랑주 방정식 (12)에 식 (7)과 식 (13)~ 식 (16)을 대입하면, $\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\gamma}$ 에 대한 식 (17)~ 식 (19)를 얻을 수 있다.

$$\ddot{\alpha} = \frac{\tau_\alpha}{I_x} + \frac{mgl}{I_x} \sin(\alpha) \cos(\beta) \quad (17)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{\tau_\beta}{I_y} + \frac{mgl}{I_y} \sin(\beta) \cos(\alpha) \quad (18)$$

$$\ddot{\gamma} = \frac{\tau_\gamma}{I_z} \quad (19)$$

2. 선형화

선형화는 모든 변수에 대한 비선형 함수의 기울기를 결정하고 해당 지점에서 선형 표현으로 변환하는 과정이다. 테일러 급수를 사용하여 식 (13)~ 식 (19)를 평형점 부근 (\bar{x}, \bar{u})에서 선형 근사화하는 과정은 식 (20), 식 (21)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d(\bar{x} + \Delta x)}{dt} = f(\bar{x} + \Delta x, \bar{u} + \Delta u) \quad (20)$$

$$\frac{d(\bar{x} + \Delta x)}{dt} \approx f(\bar{x}, \bar{u}) + \frac{\partial f}{\partial x} |_{\bar{x}, \bar{u}} (x - \bar{x}) + \frac{\partial f}{\partial u} |_{\bar{x}, \bar{u}} (u - \bar{u}) \quad (21)$$

평형점은 그림 2 (b)에서 역진자 시스템의 좌표계가 기준 좌표계와 일치하는 자세, 즉 역진자가 수직으로 선 자세로 정의하며, 이때의 회전 각도는 $\alpha = 0, \beta = 0, \gamma = 0$ 에 해당된다. 선형 근사화를 통해 식 (22)~ 식 (26)의 수직 균형 상태 방정식과 식 (27)~ 식 (31)의 방향 관련 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{X}_b = A_b X_b + B_b U_b \quad (22)$$

$$X_b = [\alpha \quad \dot{\alpha} \quad \beta \quad \dot{\beta} \quad \theta_A \quad \dot{\theta}_A \quad \theta_B \quad \dot{\theta}_B \quad \theta_C \quad \dot{\theta}_C]^T \quad (23)$$

$$U_b = [V_A \quad V_B \quad V_C]^T \quad (24)$$

$$A_b = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{mgl}{I_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_2}{I_x} & 0 & -\frac{K_2}{2I_x} & 0 & -\frac{K_2}{2I_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mgl}{I_y} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}K_2}{2I_y} & 0 & \frac{\sqrt{3}K_2}{2I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_2}{I_w} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_2}{I_w} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_2}{I_w} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$B_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{I_x} & \frac{K_1}{2I_x} & \frac{K_1}{2I_x} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}K_1}{2I_y} & \frac{\sqrt{3}K_1}{2I_y} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_1}{I_w} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{I_w} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_1}{I_w} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\dot{X}_d = A_d X_d + B_d U_d \quad (27)$$

$$X_d = [\gamma \quad \dot{\gamma} \quad \theta_D \quad \dot{\theta}_D]^T \quad (28)$$

$$U_d = V_D \quad (29)$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_2}{I_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_2}{I_w} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{K_1}{I_z} & 0 & \frac{K_1}{I_w} \end{bmatrix} \quad (31)$$

IV. 실험

본 절에서는 앞서 설명한 반작용 휠 3차원 역진자의 사전 컴퓨터 시뮬레이션 및 실제 제작과 제어 실험 결과에 대해 기술한다.

1. 하드웨어 설계 사항

본 3차원 역진자의 전체 무게와 높이는 각각 2142g과 223mm이며, 외형은 그림 3과 같다. 역진자의 크기 사양을 표 1에 정리하였다.

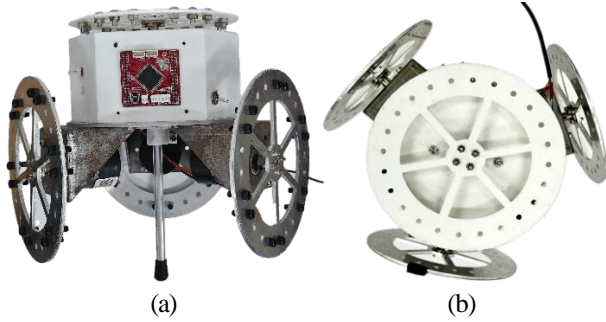


그림 3. 역진자 시스템 제작.
Fig. 3. Implementation inverted pendulum system.
(a) Side view. (b) Top view.

표 1. 역진자 모델 설계 사양.

Table 1. Design specifications of the inverted pendulum system.

명칭	규격 [mm]	무게[g]	개수
플랫폼	지름: 159, 두께: 1.5	150	1
균형제어 휠 (알루미늄)	지름: 150, 두께: 1.5	94	3
방향제어 휠 (플라스틱)	지름: 150, 두께: 1.5	44	1
BLDC 모터	지름: 42, 높이: 50	195	4

반작용 휠에 동력을 전달하기 위해 100CPR 분해능의 엔코더가 내장된 출력 20W의 BLDC 모터 ID-XW549-5031를 사용하였다. 기울어진 각도, roll과 pitch, 그리고 방향각, yaw를 측정하기 위해 가속도-자이로 센서(MPU- 9250), 제어를 위한 프로세서로서 Atmega2561을 사용하였다. 균형 제어 휠은 시스템의 안정성을 유지하기 위해 충분한 관성 모멘트가 필요하기 때문에 비중에 큰 알루미늄으로 제작되었으며, 방향 제어 휠은 가벼운 플라스틱을 사용하여 민감하고 빠른 제어가 가능하도록 제작하였다.

2. 제어 시뮬레이션

본 3차원 역진자 시스템의 제어 가능성을 사전 검증하기 위해 제어 시뮬레이션을 수행하였다.

먼저 역진자 모델의 수직 균형 상태 방정식 (22)~ 식 (26)을 대상으로 균형제어를 위한 LQR 제어를 설계한다. 역진자의 모델변수는 제작된 역진자 실측을 통해 $m = 2.1, g = 9.81, l = 0.122, I_x = 0.047292, I_y = 0.047311, I_w = 0.000321, K_1 = 0.0054, K_2 = 0.00021$ 로 설정하고, 모터 상수 K_1, K_2 는 사전 실험을 통해 획득하였다.

$$J = \int_0^{\infty} [X_b^T(t) Q X_b(t) + U_b^T(t) R U_b(t)] dt \quad (32)$$

식 (32)의 비용 함수 J를 최적화하는 제어입력을 찾기 위해 수식을 전개하면, 제어입력 식 (33)과 Riccati 방정식 (34)를 얻을 수 있다. 여기서 Q와 R은 각각 시스템 상태와 제어 입력에 대한 가중치 행렬이며 식 (36)과 식 (37)로 정의된다.

$$U_b = -R^{-1} B_b^T P X_b \quad (33)$$

$$A_b^T P + P A_b - P B_b R^{-1} B_b^T M + Q = 0 \quad (34)$$

Riccati 방정식 (34)를 P에 대해 풀어 식 (33)에 대입하면, 비용함수를 최적화하는 제어 입력을 구할 수 있다. LQR 제어 입력은 식 (35)의 제어 이득 행렬 G로 구성된다[17].

$$U_b = -G x_b$$

역진자의 균형 유지를 우선으로 하기 위해 모델의 기준 축에 더 높은 가중치를 부여하였고, 사전 시뮬레이션을 통해 Q와 R을 식 (36)과 식 (37)과 같이 결정하였다. 이에 따라 매트랩 LQR 함수를 통해 얻은 제어 이득 행렬 G는 식 (38)과 같다.

$$Q = \text{diagonal}([1000 \ 100 \ 1000 \ 100 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]) \quad (36)$$

$$R = \text{diagonal}([1 \ 1 \ 1]) \quad (37)$$

$$G = \begin{bmatrix} -2330.0 & -319.7 & 0 & 0 & -0.3 & -0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 \\ 1165.0 & 159.8 & -2018.2 & -276.9 & 0.7 & 0.8 & -0.3 & -0.6 & 0.7 & 0.8 \\ 1165.0 & 159.8 & 2018.2 & 276.9 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & -0.3 & -0.6 \end{bmatrix} \quad (38)$$

본 3차원 역진자는 roll과 pitch의 2차원 균형유지 제어뿐만 아니라 수평으로 설치된 반작용 휠에 의해 yaw 방향의 제어도 가능하다는 특징이 있다. LQR 균형유지 제어와 동시에 모터 D에 의해 구동되는 수평 반작용 휠을 이용하여 수평 방향 추종 제어를 수행한다. 방향 제어는 현재의 yaw 각도와 목표 yaw 각도와의 오차 식 (39)에 대해 식 (40)과 같이 PD 제어를 설계하였다. 여기서 PD 이득은 1초 이내의 정착 시간을 가지며, 또한 오버 슈트가 발생하지 않는 값을 실험적으로 찾아 내어 $K_p = 220, K_D = 40$ 으로 설정하였다.

$$e = Y_{desired} - Y_{current} \quad (39)$$

$$u = K_p e + K_D \frac{de}{dt} \quad (40)$$

전체 제어 구조를 그림 4에 나타내었다. 그림에서 식 (13) ~ 식 (19)는 구동모터 동력학과 역진자 동력학을 포함하는 전체 시스템의 동력학을 의미한다.

그림 5는 역진자의 균형 제어와 방향 제어 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이다. 2초 시각에 45° 각도에서 0.2Nm의 외란을 가하였다. 정상상태에서 역진자의 roll 각과 pitch각이

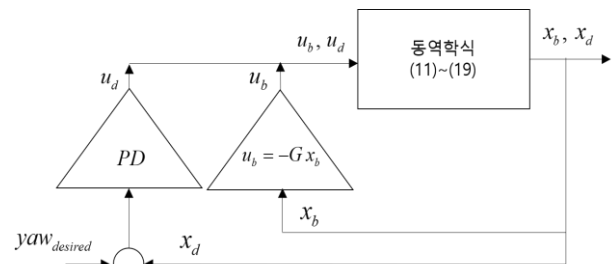


그림 4. 제어 블록선도.
Fig. 4. Control block diagram.

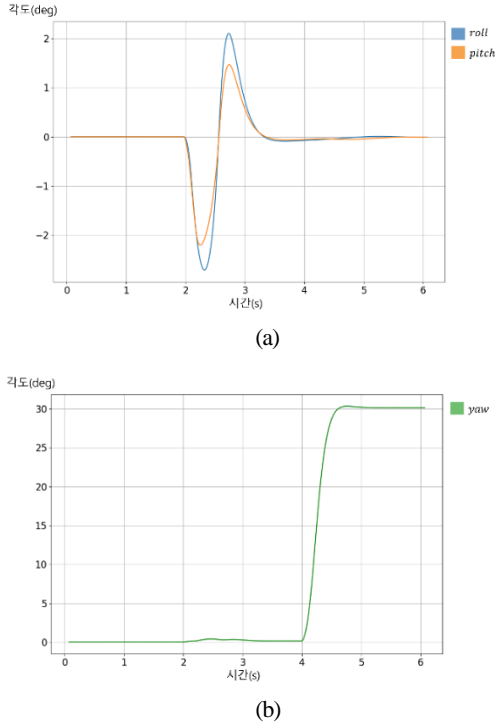


그림 5. 방향 제어와 균형 제어 시뮬레이션 결과.
 Fig. 5. Simulation result for balance control and direction control.
 (a) Balance control. (b) Direction control.

0°로 수렴함으로써 균형 제어가 이루어지고 있음을 알 수 있다(그림 5 (a)). 사진 시뮬레이션 결과, 균형유지 제어가 가능한 roll 값의 범위는 $-2.7^{\circ}\sim 2.7^{\circ}$ 이며 pitch 값의 범위는 $-2.65^{\circ}\sim 2.65^{\circ}$ 임을 확인하였다. 또한 시각 4초에 크기 30° 로 인가된 계단 함수 형태의 방향 명령값을 입력해주었다. 그림 5 (b)에서 입력된 방향 명령값에 1초 이내로 수렴함을 확인할 수 있다.

3. 실험 결과

그림 6은 실제 제작한 역진자 시스템이다. 이에 대해 앞서 설명한 균형 제어와 방향 제어를 결합하여 3차원 제어를 수행하였다. 그림 7에 제어 실험 결과를 제시한다.

그림 7에서 Roll 각과 pitch 각 값의 진폭은 최대 2.03° 의 진폭을 보인다. 이는 시뮬레이션 상에서 확인된 균형 제어 가능 범위 내 있으며, 균형 제어가 성공적으로 수행됨을 알



그림 6. 3차원 역진자 제어 실험.
 Fig. 6. Experiment of 3D inverted pendulum control.

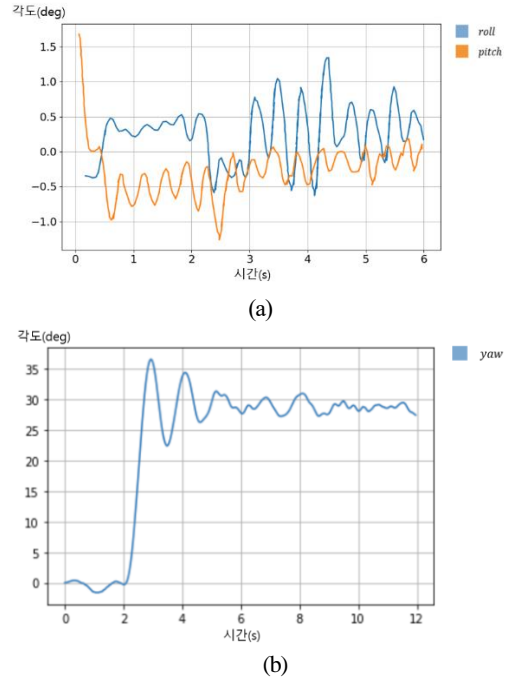


그림 7. 3차원 역진자 제어 실험 결과.
 Fig. 7. Experimental results of 3D inverted pendulum.
 (a) Roll and pitch angles. (b) Yaw angle.

수 있다. 방향제어 실험을 위해 시뮬레이션에서와 동일한 yaw 명령값을 입력한 경우, 오버슈트의 최대 진폭이 약 6.4° 정도로 발생하였다. 시뮬레이션 결과와 약간 상이한 결과가 나온 이유는 실제 실험에서의 센서 지연시간, 정지 마찰력이 반영된 결과로 볼 수 있다. 결과적으로, 실제 역진자 모델의 균형 제어와 방향 제어 실험에서도 제어 가능 범위에서 균형 제어가 이루어졌으며, 원하는 각도로 방향 제어가 성공적으로 수행됨을 확인할 수 있다. 실험결과 동영상은 [18]에 업로드 하였다.

V. 결론

본 연구에서는 기존의 2차원 역진자 시스템을 확장하여, 수직 균형유지 및 수평 방향 제어가 가능한 3차원 역진자 시스템을 개발하였다. 3차원 제어를 수행하기 위해 기존의 시스템에 반작용 휠을 추가로 설계하고, 이에 필요한 제어기를 구현하였다. LQR 제어를 통해 역진자 시스템의 균형 제어를 수행하였고, PD 제어를 통해 방향제어를 수행하여 3차원 제어를 실현하였다. 역진자 시스템의 3차원 제어를 수행하기 위해 시뮬레이션 환경에서 제어 가능성을 검증하고 모터 출력, 센서 지연시간 등 3차원 역진자 플랫폼을 실제 구현하기 위해 필요한 요구조건을 확인하였다. 그러한 조건들을 만족하는 모터를 선정하고, CAD를 활용하여 하드웨어 부품을 설계하였으며, 제어 프로세서로는 Atmega2561을 사용하였다.

추후 본 연구내용을 확장하여 모바일 로봇과 연동, 주행 중에도 역진자 시스템이 3차원 제어를 수행하도록 할 수 있다. 모바일 로봇의 바퀴는 메카넘휠이나 옴니휠을 사용하여 여러 방향의 외란에도 강건하게 제어함을 보일 수 있을

것이다. 또 하드웨어의 구성을 달리하면 3개의 휠로 3차원 제어를 수행할 수 있고, LQR 제어가 1개로 3차원 제어가 가능하도록 설계할 수도 있다. 마지막으로 플랫폼의 막대의 길이를 제어할 수 있도록 하여 높낮이 제약이 있는 곳이나, 무게중심 조절이 필요한 곳에서 제어를 수행할 수 있을 것이다.

REFERENCES

- [1] J. Huang, "Sliding-mode velocity control of mobile-wheeled inverted-pendulum systems," *IEEE Trans. robotics*, vol. 26, no. 4, pp. 750-758, 2010.
- [2] S. Nudahi, "Satellite attitude control using three reaction wheels," *American Control Conference*, Seattle, WA, USA, 2008, pp. 4850-4855, 2008.
- [3] A. Weiss, "Inertia-free spacecraft attitude control with reaction-wheel actuation," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2010.
- [4] G. Cruz and D. Bernstein, "Adaptive spacecraft attitude control with reaction wheel actuation," *American Control Conference*, Washington, DC, USA, 2013, pp. 4832-4837, 2013.
- [5] C. Lee, S. Yang, B. Bokser, and Z. Manchester, "Enhanced balance for legged robots using reaction wheels," *2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, London, United Kingdom, pp. 9980-9987, 2023.
- [6] S. Han, "Inverted Pendulum Systems for Effective Control Engineering Education," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 30, no. 4, pp. 464-472, 2024.
- [7] O. Boubaker, "The inverted pendulum: A fundamental benchmark in control theory and robotics," *International Conference on Education and e-Learning Innovations*, Sousse, Tunisia, pp. 1-6, 2012.
- [8] M. Kim, Y. Kim, and S.J. Kwon, "Traction control of an inverted pendulum robotic vehicle based on a driving wheel motion model," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 30, No. 11, pp. 1305-1312, 2024.
- [9] R. Tedrake, "The Acrobot and Cart-Pole," *MIT Open CourseWare-Underactuated Robotics*, MIT, 2009.
- [10] SA. Bortoff, "Robust swing-up control for a rotational double pendulum," *IFAC Proceedings*, vol. 29, Issue 1, pp. 2810-2815, 1996.
- [11] X. Huang and F. Wen, and Z. Wei, "Optimization of triple inverted pendulum control process based on motion vision," *J. Image Video Proc.*, 73, 2018.
- [12] G. Belascuen and N. Aguilar, "Design, modeling and control of a reaction wheel balanced inverted pendulum," *2018 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON)*, San Miguel de Tucuman, Argentina, pp. 1-9, 2018.
- [13] P. Brevik, "Two-axis reaction wheel inverted pendulum," Master's Thesis, NTNU, 2017.
- [14] M. Gajamohan, M. Muehlebach, T. Widmer, and R. D'Andrea, "The Cubli: A reaction wheel-based 3D inverted pendulum," *2013 European Control Conference (ECC)*, Zurich, Switzerland, pp. 268-274, 2013.
- [15] M. Muehlebach, G. Mohanarajah, and R. D'Andrea, "Nonlinear analysis and control of a reaction wheel-based 3D inverted pendulum," *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, Firenze, Italy, pp. 1283-1288, 2013.
- [16] M. Vadrukchid and M. Parnichkun, "Development and control of the stick robot using three reaction wheels," *2022 22nd International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS)*. IEEE, 2022.
- [17] G. Jeong and J. Park, and S. Lee, "Development of ballbot LQR control system," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 26, no. 4, pp. 256-262, 2020.
- [18] <https://www.youtube.com/watch?v=2NQO4bX4irk>



박영훈

2024년 2월 서울과학기술대학교 전기정보공학과(공학사). 2024년 9월~현재 서울과학기술대학교 전기정보공학과 석사과정 재학. 관심분야는 이동 로봇, 로봇공학, 인공 지능.



이인우

2024년 8월 서울과학기술대학교 전기정보공학과(공학사). 관심분야는 비선형 제어, 임베디드 시스템, 로봇 제어 시스템.



이수영

1988년 2월 연세대학교 전자공학과(공학사). 1990년 2월 KAIST 전기및전자공학과(공학석사). 1994년 8월 KAIST 전기및 전자공학과(공학박사). 1995년 3월~1999년 8월 KIST 시스템연구부 선임연구원. 1997년 2월~1998년 2월 Univ. of Southern California 박사후 과정. 1999년 9월~2007년 2월 전북대학교 전자정보공학부 부교수. 2005년 6월~2006년 8월 Univ. of Illinois at Urbana-Champaign 방문교수. 2007년 3월~현재 서울과학기술대학교 전기정보공학과 교수. 관심분야는 보행로봇, 로봇비전, 이동로봇.